

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, степенные функции

Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере, на один вопрос из каждого раздела – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясняйте все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי

ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות

חזקה

יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת

לפחות מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון

שיש בו אפשרות תכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל

חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

Вопросы

Ответьте на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три ответа в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Последовательности

1. Михаль каждый месяц вкладывала деньги на сберегательную программу. Каждый месяц она переводила сумму, которая на постоянную величину превышала сумму, переведенную в предыдущий месяц.
- Суммарно за первый и второй месяцы Михаль перевела на сберегательную программу 2100 шекелей.
- Сумма, которую Михаль перевела на сберегательную программу в пятый месяц, была в 3 раза больше суммы, которую она перевела на сберегательную программу в первый месяц.
- (*) Найдите сумму, которую Михаль перевела на сберегательную программу в первом месяце.
- (*) Найдите, через сколько месяцев общая сумма вкладов, которую Михаль накопила на сберегательной программе, составила 22680 шекелей.

В 12-й месяц, вместо того чтобы перевести деньги на сберегательную программу, Михаль решила купить холодильник, цена которого равна сумме, которую Михаль должна была перевести на сберегательную программу в этом месяце.

Михаль разбила оплату за холодильник на четыре платежа. Каждый платеж был в 3 раза больше предшествующего платежа.

- (*) Найдите сумму первого платежа.

Тригонометрия в пространстве

2. На чертеже справа изображена прямая четырехугольная пирамида $SABCD$, основание $ABCD$ которой – прямоугольник.

SO – высота этой пирамиды.

Дано: $BC = 9$, $AB = 10$,

периметр треугольника SAC равен 46.

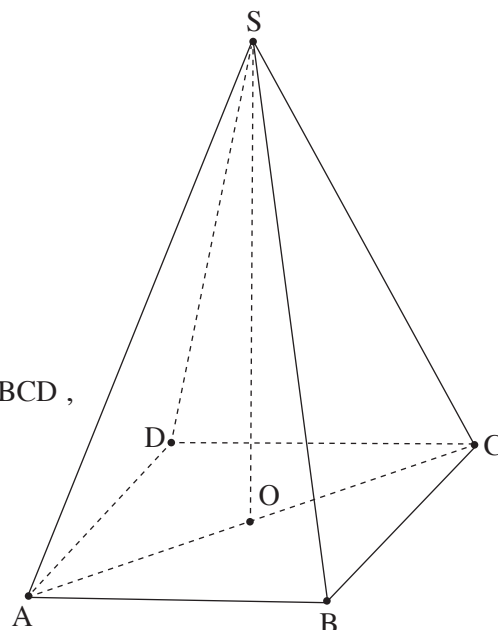
- (*) (1) Найдите длину диагонали основания.
- (2) Найдите величину угла между боковым ребром и основанием этой пирамиды.
- (*) Найдите объем этой пирамиды.

Точка E лежит на высоте пирамиды SO .

Точку E соединили отрезками с вершинами основания $ABCD$, так что образовалась новая пирамида $EABCD$.

Известно, что объем пирамиды $EABCD$ на 200 меньше объема пирамиды $SABCD$.

- (*) (1) Найдите длину отрезка EO .
- (2) Найдите величину угла SAE .



**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное
 и интегральное исчисление тригонометрических функций,
 показательные и логарифмические функции, функции степени**

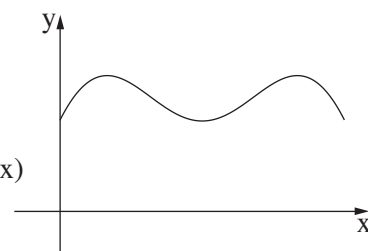
3. На чертеже справа изображен график функции $f(x) = \cos(2x) + 2 \sin x$ на интервале $0 \leq x \leq \pi$.

(א) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

В точке локального минимума [נקודת המינימום הפנימית] провели касательную к графику функции $f(x)$.

(ב) Найдите уравнение этой касательной.

(ג) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x)$ и этой касательной.



Дана функция $g(x) = f(x) + c$, определенная в области $0 \leq x \leq \pi$.

(ד) Напишите пример значения c , при котором график функции $g(x)$ пересекает ось x ровно в четырех точках.

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 4}$.

(א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите уравнение асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярной оси x .

(ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).

На чертеже справа изображен график производной $f'(x)$.

Функция $f(x)$ и производная $f'(x)$ определены в одной и той же области.

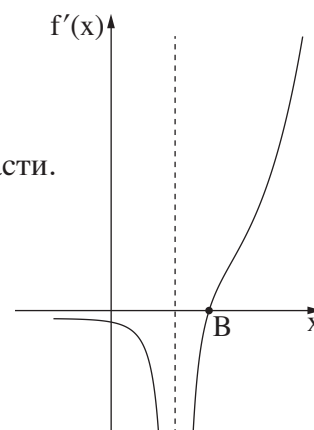
График производной $f'(x)$ пересекает ось x в единственной точке – точке В.

(ג) Найдите координату x точки В.

(ד) (1) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

(2) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(ה) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$, осью x и прямой $x = \ln 12$.



5. Дана функция $f(x) = x^2 \cdot (-2 + \ln x)$.

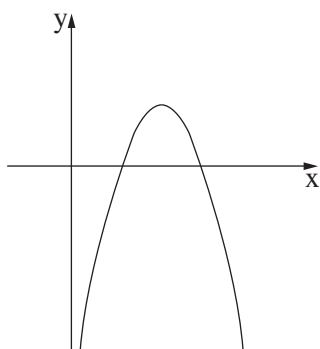
- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые имеются).
- (ג) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (ד) Определите, какой из графиков I–IV в конце данного вопроса соответствует функции $f(x)$. Обоснуйте свой ответ.

Дана функция $g(x) = a \cdot f(x)$. a – параметр, отличный от 0.

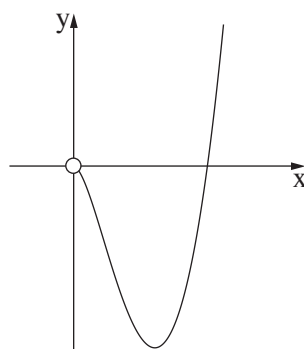
Функции $g(x)$ и $f(x)$ определены в одной и той же области.

Дано, что координата y точки экстремума функции $g(x)$ равна $0.6 \cdot e^3$.

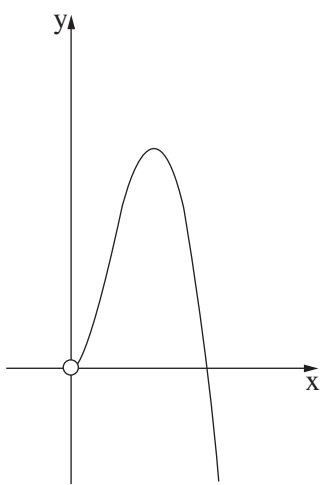
- (ה) (1) Найдите значение a .
- (2) Каков тип точки экстремума функции $g(x)$? Обоснуйте свой ответ.
- (3) Определите, какой из приведенных ниже графиков I–IV соответствует функции $g(x)$. Обоснуйте свой ответ.



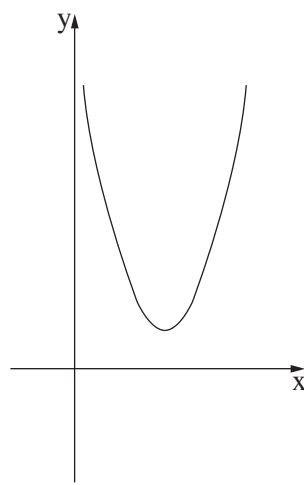
II



I



IV



III

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.